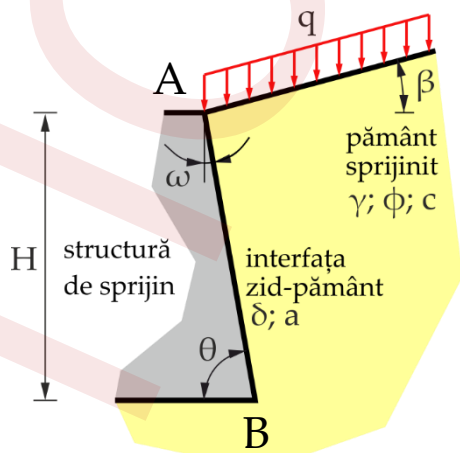


În tabelul 2.1 sunt prezentate caracteristicile geometrice și proprietățile materialelor necesare pentru proiectarea unei structuri de sprijin. Se cere să se evalueze împingerea activă și pasivă exercitată de masivul de pământ asupra structurii de sprijin folosind metodele analitice Coulomb și EC7 precum și procedeele grafice Poncelet și Culmann.

Înălțimea	H = 3,80	m
Greutatea volumică a pământului	$\gamma = 18,0$	kN/m ³
Unghiul de frecare interioară	$\phi = 33,0$	°
Unghiul de frecare pământ-zid	$\delta = 22,0$	°
Coeziunea	c = 15,0	kPa
Adeziunea	a = 10,0	
Înclinarea paramentului față de orizontală	$\theta = 80$	°
Înclinarea paramentului față de verticală	$\omega = 10$	°
Înclinarea terenului	$\beta = 15$	°
Suprasarcina	q = 20	kPa



Pasul 1. Calculul coeficientului împingerii active conform Teoriei Coulomb pentru suprafața AB

$$K_{aH} = \frac{1}{\sin^2\theta} \cdot \left[\frac{\sin(\theta + \phi)}{1 + \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta) \cdot \sin(\phi - \beta)}{\sin(\theta - \delta) \cdot \sin(\theta + \beta)}}} \right]^2 = 0,365$$

Pasul 2. Calculul coeficienților împingerii active conform SR EN 1997-1:2004 pentru suprafața AB

$$2m_t = \cos^{-1} \left(\frac{-\sin\beta}{-\sin\phi} \right) + \phi - \beta = 79,63$$

$$2m_w = \cos^{-1} \left(\frac{\sin\delta}{\sin\phi} \right) + \phi + \delta = 101,54$$

$$K_n = \frac{1 - \sin\phi \cdot \sin(2m_w - \phi)}{1 + \sin\phi \cdot \sin(2m_t - \phi)} \cdot \exp[-2(m_t + \beta - m_w - \omega) \tan\phi] = 0,404$$

$$K_{a\gamma} = K_n \cdot \cos\beta \cdot \cos(\beta - \omega) = 0,389$$

$$K_{aq} = K_n \cdot \cos^2\beta = 0,377$$

$$K_{ac} = (K_n - 1) \cdot \cot(-\phi) = 0,917$$

Pasul 3. Calculul presiunilor active conform Teoriei Coulomb

- Tensiunea orizontală la partea superioară

$$\sigma_{aH}^s = q \cdot K_{aH} = 7,30 \text{ kPa}$$

- Tensiunea verticală la partea superioară

$$\sigma_{aV}^s = \sigma_{aH}^s \cdot \tan(\omega + \delta) = 4,56 \text{ kPa}$$

- Tensiunea totală la partea superioară

$$\sigma_a^s = \frac{\sigma_{aH}^s}{\cos(\omega + \delta)} = 8,61 \text{ kPa}$$

- Tensiunea orizontală la partea inferioară

$$\sigma_{aH}^i = (q + \gamma \cdot H) \cdot K_{aH} = 32,26 \text{ kPa}$$

- Tensiunea verticală la partea inferioară

$$\sigma_{aV}^i = \sigma_{aH}^i \cdot \tan(\omega + \delta) = 20,16 \text{ kPa}$$

- Tensiunea totală la partea inferioară

$$\sigma_a^i = \frac{\sigma_{aH}^i}{\cos(\omega + \delta)} = 38,04 \text{ kPa}$$

Pasul 4. Calculul presiunilor active conform SR EN 1997-1:2004

- Tensiunea orizontală la partea superioară
 $\sigma_{aH}^s = q \cdot K_{aq} - c \cdot K_{ac} = -6,21 \text{ kPa}$
- Tensiunea verticală la partea superioară
 $\sigma_{aV}^s = \sigma_{aH}^s \cdot \cot(\theta - \delta) = -3,88 \text{ kPa}$
- Tensiunea totală la partea superioară

$$\sigma_a^s = \frac{\sigma_{aH}^s}{\cos(-\theta + \delta)} = -7,33 \text{ kPa}$$

- Tensiunea orizontală la partea inferioară
 $\sigma_{aH}^i = \gamma \cdot H \cdot K_{ay} + q \cdot K_{aq} - c \cdot K_{ac} = 20,40 \text{ kPa}$
- Tensiunea verticală la partea inferioară
 $\sigma_{aV}^i = \sigma_{aH}^i \cdot \cot(\theta - \delta) = 12,75 \text{ kPa}$
- Tensiunea totală la partea inferioară

$$\sigma_a^i = \frac{\sigma_{aH}^i}{\sin(\theta - \delta)} = 24,05 \text{ kPa}$$

Pasul 5. Calculul împingerii active conform Teoriei Coulomb

- Împingerea activă

$$P_a = \frac{1}{2} \cdot (\sigma_a^s + \sigma_a^i) \cdot H \cdot \frac{\sin\theta}{\cos\delta} = 83,4 \text{ kN}$$

- Componenta orizontală a împingerii active

$$P_{aH} = P_a \cdot \cos(\omega + \delta) = 70,8 \text{ kN}$$

- Componenta verticală a împingerii active

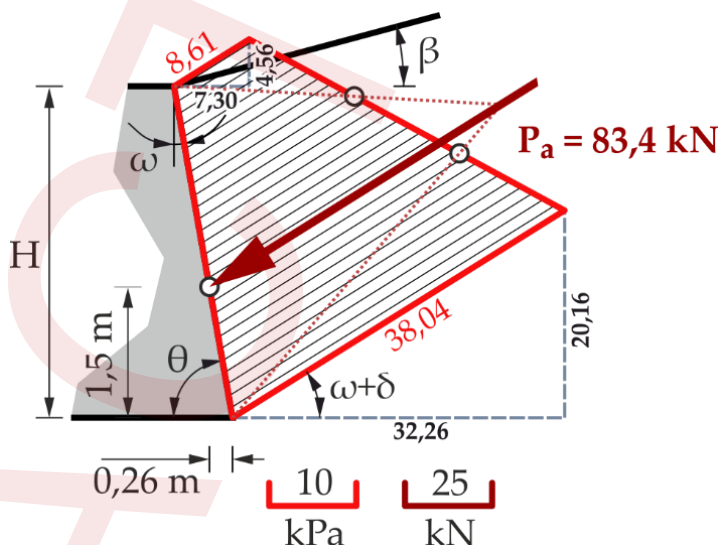
$$P_{aV} = P_a \cdot \sin(\omega + \delta) = 44,2 \text{ kN}$$

- Ordonata punctului de aplicație al împingerii active

$$z_{Pa} = \frac{2 \cdot \sigma_{aH}^s + \sigma_{aH}^i}{\sigma_{aH}^s + \sigma_{aH}^i} \cdot \frac{H}{3} = 1,50 \text{ m}$$

- Abscisa punctului de aplicație al împingerii active

$$x_{Pa} = \frac{z_{Pa}}{\tan(\theta)} = 0,26 \text{ m}$$



Pasul 6. Calculul împingerii active conform SR EN 1997-1:2004

- Împingerea activă

$$P_a = \frac{1}{2} \cdot \sigma_a^i \cdot \left(\frac{\sigma_a^i}{\sigma_a^i - \sigma_a^s} \right) \cdot H \cdot \frac{\cos(\theta - \delta)}{\cos\omega} = 32,98 \text{ kN}$$

- Componenta orizontală a împingerii active

$$P_{aH} = P_a \cdot \cos(\omega + \delta) = 27,97 \text{ kN}$$

- Componenta verticală a împingerii active

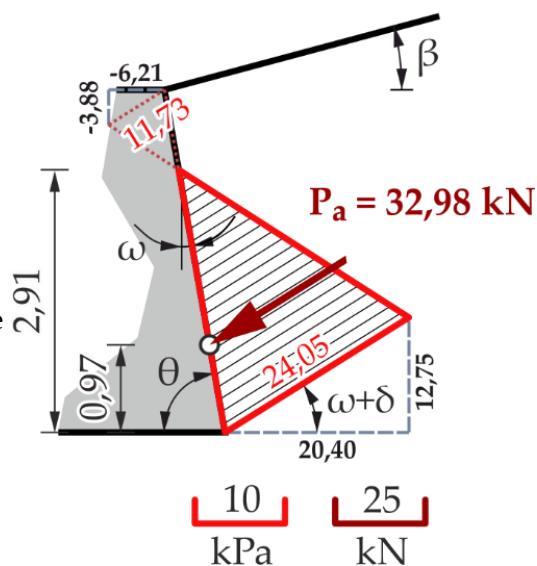
$$P_{aV} = P_a \cdot \sin(\omega + \delta) = 17,48 \text{ kN}$$

- Ordonata punctului de aplicație al împingerii active

$$z_{Pa} = \frac{H}{3} \cdot \frac{2 \cdot \sigma_{aH}^s + \sigma_{aH}^i}{\sigma_{aH}^s + \sigma_{aH}^i} = 0,97 \text{ m}$$

- Abscisa punctului de aplicație al împingerii active

$$x_{Pa} = \frac{z_{Pa}}{\tan(\theta)} = 0,17 \text{ m}$$



Pasul 8. Evaluarea împingerii active folosind procedeul grafic Culmann

1. se construiește linia de taluz natural BC, care face cu orizontala unghiul $\phi = 33^\circ$ (unghiul de frecare internă);
2. prin muchia superioară A se trasează dreapta de orientare ce face cu direcția AB, unghiul $\phi + \delta = 55^\circ$;
3. din punctul B se trasează (arbitrar) posibilele planuri de rupere $BB_1; BB_2 \dots BB_7$;
4. se calculează mărimea vectorilor G_i , reprezentând greutatea prismelor $(ABB_1; ABB_2; \dots ABB_7)$ de pământ desprinse după diferite planuri de cedare posibile $BB_1; BB_2 \dots BB_7$;

$$A_{\Delta ABB_1} = 2,7614 \text{ m}^2 \Rightarrow G_1 = 2,7614 \cdot 18 + 20 \cdot 1,436 = 78,4252 \text{ kN (1,57 cm)}$$

$$G_2 = 2 \cdot G_1 = 156,8504 \text{ kN (3,14 cm)}$$

$$G_3 = 3 \cdot G_1 = 235,2756 \text{ kN (4,71 cm)}$$

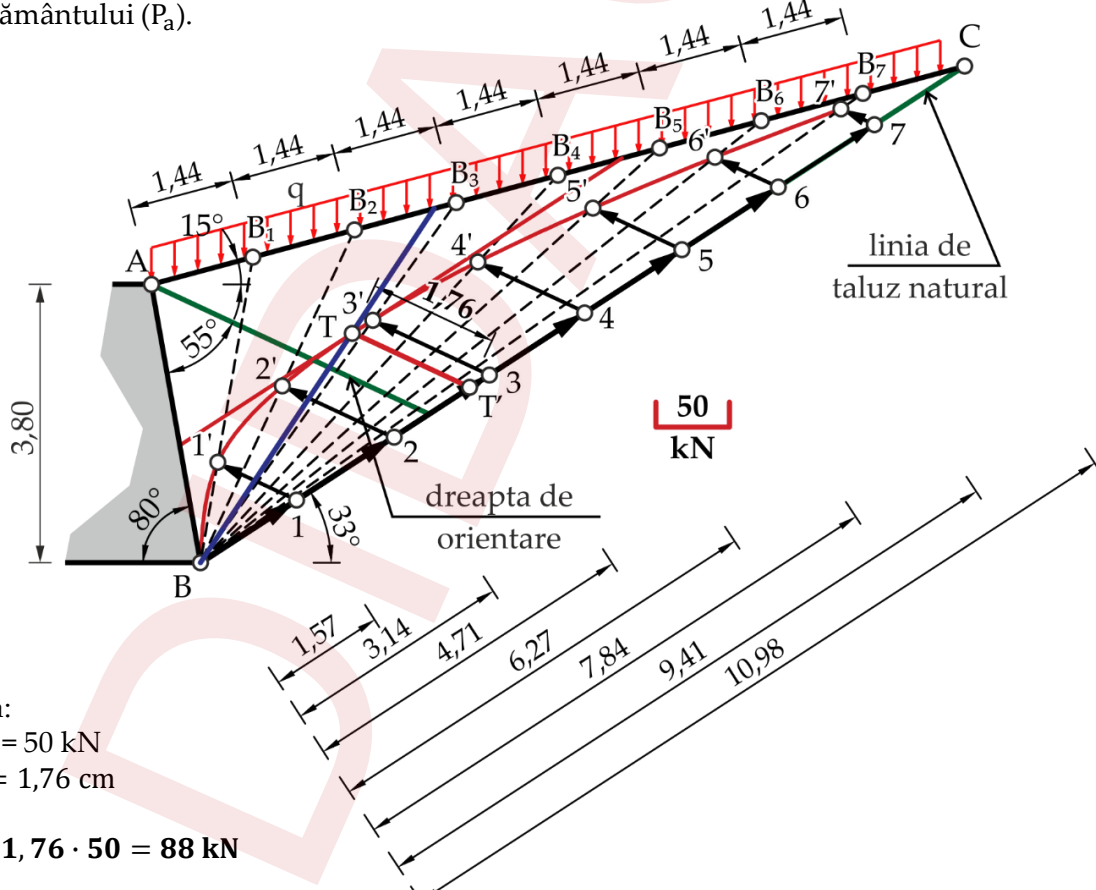
$$G_4 = 313,7008 \text{ kN (6,27 cm)}$$

$$G_5 = 392,1260 \text{ kN (7,84 cm)}$$

$$G_6 = 470,5512 \text{ kN (9,41 cm)}$$

$$G_7 = 548,9764 \text{ kN (10,98 cm)}$$

5. pe linia de taluz natural se raportează la scara aleasă a forțelor (vezi figura), începând din punctul B, vectorii G_1, G_2, \dots, G_n , rezultând punctele 1, 2, ..., 7;
6. din extremitatea fiecărui vector G_i , se duce o paralelă la dreapta de orientare până întâlnește planele BB_i , rezultând punctele $1', 2' \dots 7'$;
7. se unesc punctele $1', 2' \dots n'$, rezultând parabola CULMANN;
8. se duce tangenta la parabola Culmann paralelă cu linia de taluz natural (rezultă punctul T);
9. din T se duce paralela la dreapta de orientare până în punctul T';
10. segmentul TT' , măsurat pe desen, la scara forțelor, reprezintă împingerea activă a pământului (P_a).



Pasul 9. Calculul coeficientului împingerii pasive conform Teoriei Coulomb

$$K_{pH} = \frac{1}{\sin^2\theta} \cdot \left[\frac{\sin(\theta - \phi)}{1 - \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta) \cdot \sin(\phi + \beta)}{\sin(\theta + \delta) \cdot \sin(\theta + \beta)}}} \right]^2 = 12,553$$

Pasul 10. Calculul coeficienților împingerii active conform SR EN 1997-1:2004

$$2m_t = \cos^{-1} \left(\frac{-\sin\beta}{\sin\phi} \right) - \phi - \beta = 70,4$$

$$2m_w = \cos^{-1} \left(\frac{\sin\delta}{\sin\phi} \right) - \phi - \delta = -8,5$$

$$K_n = \frac{1 + \sin\phi \cdot \sin(2m_w + \phi)}{1 - \sin\phi \cdot \sin(2m_t + \phi)} \cdot \exp[2(m_t + \beta - m_w - \omega) \cdot \tan\phi] = 7,139$$

$$K_{pV} = K_n \cdot \cos\beta \cdot \cos(\beta - \omega) = 6,869$$

$$K_{pq} = K_n \cdot \cos^2\beta = 6,660$$

$$K_{pc} = (K_n - 1) \cdot \cot(\phi) = 9,435$$

Pasul 11. Calculul presiunilor pasive conform Teoriei Coulomb

- Tensiunea orizontală la partea superioară

$$\sigma_{pH}^s = q \cdot K_{pH} = 251,06 \text{ kPa}$$

- Tensiunea orizontală la partea inferioară

$$\sigma_{pH}^i = (q + \gamma \cdot H) \cdot K_{pH} = 1109,70 \text{ kPa}$$

- Tensiunea verticală la partea superioară

$$\sigma_{pV}^s = \sigma_{pH}^s \cdot \tan(\omega - \delta) = -53,37 \text{ kPa}$$

- Tensiunea verticală la partea inferioară

$$\sigma_{pV}^i = \sigma_{pH}^i \cdot \tan(\omega - \delta) = -235,87 \text{ kPa}$$

- Tensiunea totală la partea superioară

$$\sigma_p^s = \frac{\sigma_{pH}^s}{\cos(\omega - \delta)} = 256,67 \text{ kPa}$$

- Tensiunea totală la partea inferioară

$$\sigma_p^i = \frac{\sigma_{pH}^i}{\cos(\omega - \delta)} = 1134,49 \text{ kPa}$$

Pasul 12. Calculul presiunilor pasive conform SR EN 1997-1:2004

- Tensiunea orizontală la partea superioară

$$\sigma_{pH}^s = q \cdot K_{pq} + c \cdot K_{pc} = 275,00 \text{ kPa}$$

- Tensiunea orizontală la partea inferioară

$$\sigma_{pH}^i = \gamma \cdot H \cdot K_{pV} + q \cdot K_{pq} + c \cdot K_{pc} = 20,40 \text{ kPa}$$

- Tensiunea verticală la partea superioară

$$\sigma_{pV}^s = \sigma_{pH}^s \cdot \tan(\omega - \delta) = -58,45 \text{ kPa}$$

- Tensiunea verticală la partea inferioară

$$\sigma_{pV}^i = \sigma_{pH}^i \cdot \tan(\omega - \delta) = -158,32 \text{ kPa}$$

- Tensiunea totală la partea superioară

$$\sigma_p^s = \frac{\sigma_{pH}^s}{\cos(\omega - \delta)} = 281,14 \text{ kPa}$$

- Tensiunea totală la partea inferioară

$$\sigma_p^i = \frac{\sigma_{pH}^i}{\cos(\omega - \delta)} = 761,49 \text{ kPa}$$

Pasul 13. Calculul împingerii pasive conform Teoriei Coulomb

- Împingerea pasivă

$$P_p = \frac{1}{2} \cdot (\sigma_p^s + \sigma_p^i) \cdot H \cdot \frac{\sin\theta}{\cos\delta} = 2488,5 \text{ kN}$$

- Componenta orizontală a împingerii pasive

$$P_{pH} = P_p \cdot \cos(\omega - \delta) = 2434,2 \text{ kN}$$

- Componenta verticală a împingerii pasive

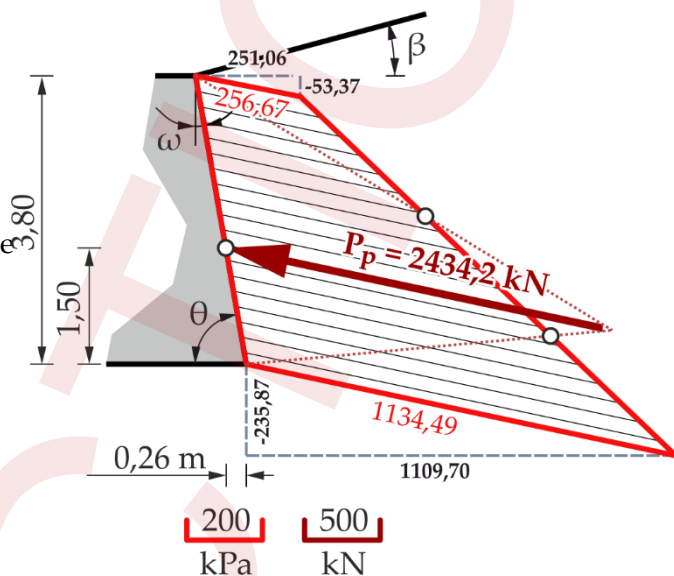
$$P_{pV} = P_a \cdot \sin(\omega - \delta) = -517,4 \text{ kN}$$

- Ordonata punctului de aplicație al împingerii pasive

$$z_{pp} = \frac{2 \cdot \sigma_{pH}^s + \sigma_{pH}^i}{\sigma_{pH}^s + \sigma_{pH}^i} \cdot \frac{H}{3} = 1,50 \text{ m}$$

- Abscisa punctului de aplicație al împingerii pasive

$$x_{pp} = \frac{z_{pp}}{\tan(\theta)} = 0,26 \text{ m}$$



Pasul 14. Calculul împingerii pasive conform SR EN 1997-1:2004

- Împingerea pasivă

$$P_p = \frac{1}{2} \cdot (\sigma_p^s + \sigma_p^i) \cdot H \cdot \frac{\sin(\theta + \delta)}{\cos\omega} = 1865,1 \text{ kN}$$

- Componenta orizontală a împingerii pasive

$$P_{pH} = P_p \cdot \cos(\omega - \delta) = 1824,3 \text{ kN}$$

- Componenta verticală a împingerii pasive

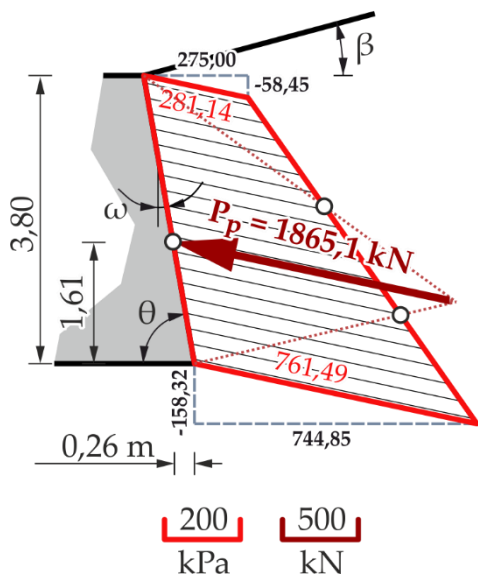
$$P_{pV} = P_a \cdot \sin(\omega - \delta) = -387,8 \text{ kN}$$

- Ordonata punctului de aplicație al împingerii pasive

$$z_{pp} = \frac{2 \cdot \sigma_{pH}^s + \sigma_{pH}^i}{\sigma_{pH}^s + \sigma_{pH}^i} \cdot \frac{H}{3} = 1,61 \text{ m}$$

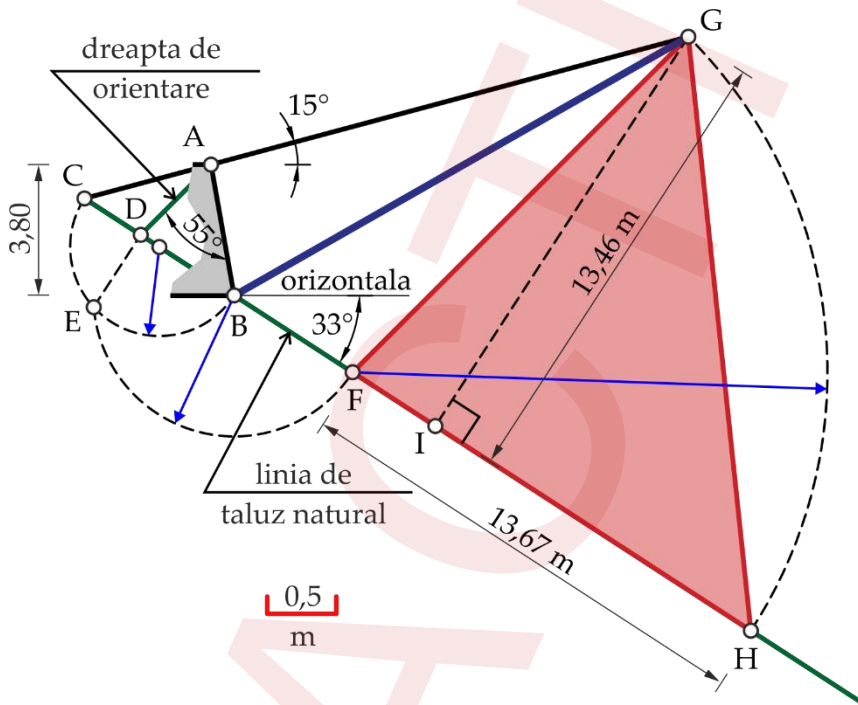
- Abscisa punctului de aplicație al împingerii pasive

$$x_{pp} = 0,28 \text{ m}$$



Pasul 15. Evaluarea împingerii pasive folosind procedeul grafic Poncelet

1. se construiește linia de taluz natural BC, care face cu orizontala unghiul $\phi = -33^\circ$ (unghiul de frecare internă);
2. prin muchia superioară A se trasează dreapta de orientare ce face cu direcția AB unghiul $(\phi + \delta) = -55^\circ$ obținându-se la intersecția cu BC punctul D;



3. pe linia taluzului natural se construiește un semicerc cu diametrul BC;
4. din punctul D se coboară o perpendiculară pe BC, până întâlnește semicercul în punctul E;
5. se rabate punctul E pe BC în F având ca centru de rabatere punctul B (un arc de cerc cu centrul în B și raza BE);
6. din F se duce o paralelă la dreapta de orientare care întâlnește suprafața liberă plană a pământului în punctul G;
7. se rabate punctul G pe BC, în H, cu centrul de rabatere în F;
8. se unește G cu H, se coboară perpendiculara din G pe HF, rezultând punctul I;
9. se calculează P_p cu relațiile

$$\gamma_p = \gamma + \frac{2 \cdot q \cdot \sin \theta \cdot \cos \beta}{H \cdot \sin(\theta + \beta)} = 18 + \frac{2 \cdot 20 \cdot \sin(80) \cdot \cos(15)}{3,80 \cdot \sin(80 + 15)} = 28,406 \text{ kN/m}^3$$

$$P_p = \gamma_p \cdot A_{\Delta FGH} = 28,406 \cdot \frac{1}{2} \cdot 13,67 \cdot 13,46 = 2613 \text{ kN}$$

